Ciencia e Ingeniería
Revista Interdisciplinar de Estudios en Ciencias Básicas e Ingenierías.
Año 2021, Enero- Junio, Vol. (8) N° (1), e5500693 ISSN 2389-9484.
Universidad de La Guajira, Facultades de Ciencias Básicas y Aplicadas e Ingeniería.
La Guajira-Colombia.
Revista en Línea http://revistas.uniguajira.edu.co/index.php/cei
Este documento fue depositado en Zenodo. DOI: https://www.doi.org/10.5281/zenodo.5500693



ANÁLISIS DE ECUACIONES ALGEBRAICAS DESDE LA CULTURA EGIPCIA HASTA LA ACTUALIDAD

ANALYSIS OF ALGEBRAIC EQUATIONS FROM EGYPTIAN CULTURE TO THE PRESENT

Julio Cesar Romero Pabón[1], Harold Valle Fuentes[2], Eliecer Suarez Serrano[3]

1Doctor en Ciencias de la Educación Mención Matemáticas. Profesor Titular. Universidad del Atlántico. Grupo de investigación de Sistemas Dinámicos y EDO. Barranquilla. Colombia. Email: julioromero@mail.uniatlantico.edu.co
2 Doctor en Ciencias de la Educación. Profesor Titular. Universidad de Santander. Grupo de investigación de FenixUdes. Valledupar. Colombia. Email: har.valle@mail.udes.edu.co
3Especialista en Docencia y Administración Universitaria. Profesor Asociado. Universidad Popular del Cesar. Grupo de investigación Aitice. Valledupar. Colombia. Email: eliecersuarez@unicesar.edu.co

Recibido: Junio 10 de 2020 Aceptado: octubre 20 de 2020

RESUMEN

El estudio de las ecuaciones algebraicas es un tema de gran importancia para las matemáticas, porque son imprescindibles para los pilares esenciales del Algebra, como es el su teorema fundamental, el cual establece que: “todo polinomio de grado mayor que cero tiene una raíz. El dominio de la variable es el conjunto de los números complejos, que es una extensión de los números reales”. Este concepto de calcular raíces a polinomios ha generado diversas técnicas para calcular la solución de ecuaciones algebraicas, lo que ha contribuido con la realización de grandes aportes a las matemáticas y a la geometría. En este trabajo se presenta el análisis y desarrollo de las ecuaciones algebraicas desde la cultura egipcia hasta la era actual. Es importante resaltar que en la actualidad la solución de ecuaciones algebraicas está siendo estudiada por los matemáticos y profesionales de otras carreras, por su aplicación en la solución problemas matemáticos como de otras ciencias.

Palabras clave: ecuaciones algebraicas, algebra egipcia, solución de ecuaciones algebraicas, aplicación de ecuaciones algebraicas.

ABSTRACT

The study of algebraic equations is a subject of great importance for mathematics, because they are essential for the essential pillars of Algebra, such as its fundamental theorem, which establishes that: “every polynomial of degree greater than zero has a root. The domain of the variable is the set of complex numbers, which is an extension of the real numbers”. This concept of calculating roots to polynomials has generated various techniques to calculate the solution of algebraic equations, which has contributed to making great contributions to mathematics and geometry. This work presents the analysis and development of algebraic equations from Egyptian culture to the current era. It is important to highlight that at present the solution of algebraic equations is being studied by mathematicians and professionals from other careers, due to its application in solving mathematical problems as well as those of other sciences.

Keyword: algebraic equations, Egyptian algebra, solution of algebraic equations, application of algebraic equations.

INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta una investigación sobre el desarrollo de las ecuaciones algebraicas desde la cultura egipcia hasta la actualidad. Su estudio ha captado la atención de muchos matemáticos altamente influyentes en el desarrollo de las matemáticas, como es el caso Gauss, quien realizó grandes aportes para el análisis y solución de ecuaciones algebraicas, considerándolas como un tema de mucha importancia y complejidad, ya que no pudo encontrar un patrón que le permitiera encontrar las raíces a cualquier polinomio. Todos estos estudios sobre las ecuaciones algebraicas se han realizado porque ellos son una pieza importante para la solución de una gran variedad de problemas.

En el mundo actual se necesita realizar siempre cálculos matemáticos, como, por ejemplo: el análisis y evoluciones de un sistema, la modelación matemática de un fenómeno o situación, la función que rige un suceso o evento, todos estos casos mencionados son ejemplos cruciales de la importancia del algebra en esta era [6]. Los aportes del algebra han sido las bases para el desarrollo de la ciencia, en especial para los ingenieros, matemáticos, físicos, contadores, economistas e investigadores que aplican y estudian esta importante área del conocimiento, un ejemplo de esto es como el álgebra ha avanzado tanto que hoy en día se habla de su importancia y transversalidad en casi todas las profesiones.

Es importante resaltar que el álgebra es una de los cimientos que forman la base para la construcción de la ciencia. Esa es una de las razones por la cual es indispensable su enseñanza en las instituciones de educación superior. Es de resaltar que los modelos matemáticos son esquemas capaces de simbolizar, mediante funciones, fenómenos o sucesos presentes en la naturaleza o en otras ciencias [7 y 8]. El álgebra se ocupa de la construcción de los modelos matemáticos que ayudan a tomar decisiones sujetas a las condiciones del problema que se está estudiando. Las reglas o métodos matemáticos son un conjunto de conocimiento útil para todos los otros campos del saber, porque con ellos podemos modelar, organizar, describir y realizar inferencias de una investigación o estudio.

1. EL ÁLGEBRA EGIPCIA: LOS INICIOS DEL ÁLGEBRA RETÓRICA

Se sostiene a veces que las matemáticas egipcias consistieron en poco más que aritmética aplicada, y que, por consiguiente, no puede hablarse de un álgebra o geometría egipcias. Trataremos la cuestión de la geometría egipcia, pero primero consideramos la existencia o en qué consiste una entidad llamada álgebra egipcia. Las reglas diseñadas por los matemáticos para resolver problemas acerca de números de una u otra clase se pueden clasificar en tres tipos. En los primeros estadios der desarrollo de las matemáticas estas reglas se expresaban oralmente, y consistían en instrucciones detalladas acerca de lo que había que hacer para obtener la solución de. un problema, por lo que está aproximación se conoce como «álgebra retórica». pasado un tiempo, la forma en prosa del álgebra retórica dio paso al uso de abreviaturas para las cantidades y operaciones que se repetían, anunciando la aparición del << álgebra sincopada>>. Rastros de una tal álgebra se pueden encontrar en las obras del matemático alejandrino Diofanto (ca 250 d.C), aunque alcanzo su pleno desarrollo -como veremos en posteriores capítulos- en la en la obra de los matemáticos indio, y árabes durante el primer milenio de la era cristiana [1].

Durante los últimos quinientos años se ha desarrollado el «álgebra simbólica», en la que, con ayuda de letras y signos de operación y relación (+, -, x, /,=), se formulan los problemas de tal manera que las reglas de solución pueden aplicarse consistente y sistemáticamente. La transformación del álgebra de retórica en simbólica marca uno de los avances más importantes de las matemáticas. Hubo que esperar:

1. El desarrollo de un sistema numérico posicional que permitió expresar los números concisamente y con el que se pudieron efectuar las operaciones eficazmente.

2. La emergencia de prácticas administrativas y comerciales que ayudaron a acelerar la adopción, no sólo de tal sistema de numeración, sino también de símbolos que representan operadores.

Supone una visión demasiado estrecha igualar el término «álgebra» con exactamente el álgebra simbólica.

Consideremos el problema 72 del papiro de Ahmes.

EJEMPLO 1. Si tenemos que intercambiar 100 panes de pesu 10 por determinado número de panes de pesu 45, ¿cuál es este número terminado?

(El término pesu se puede definir en sentido amplio como una medida de la «debilidad» de un artículo. Aquí puede tomarse como razón entre el número de panes producido a la cantidad de grano utilizada en la producción de una cantidad dada de pan; por tanto, cuanto mayor es el pesu, más débil es el pan).

Solución: Hoy trataríamos el problema anterior como si fuera un problema de regla de tres simple, obteniendo el número de panes en cuestión como 45/10 x 100 = 450. La solución prescrita en el texto egipcio es muy enrevesada. Es interesante desde nuestra perspectiva, la que contiene los gérmenes del razonamiento algebraico. A continuación, figura la solución egipcia y una reformulación de los mismos pasos en términos simbólicos modernos.

Explicación egipcia	Explicación moderna
	Sean x e y los panes de Pesu p y q, respectivamente. Calcular y si x, p, q son conocidos.
Hallar en cuánto excede 45 a 10. Resultado: 35. Dividir este: 35 por 10. Resultado: 3+ 1/2.	$(q-p)/p$
Multiplicar este (3 + 1/2) por 100. Resultado: 350. Sumar 100 a 350. Resultado: 450.	$\left[\frac{q-p}{p}\right]x+x$
Entonces, el intercambio es: 100 panes de Pesu lo equivalen a 450 panes de Pesu 45.	$y=\left[\frac{q-p}{p}\right]x+x=(q/p)x$

Lo que es importante aquí no es si el escriba llegó a este método de solución por algún proceso mental similar al nuestro, sino que lo que tenemos aquí desde hace cuatro mil años es una forma de álgebra, que depende de saber que $y/x = q/p$ y que $(y - x)/x = (q - p)/p$. En otras palabras, los inicios del álgebra retórica.

1.1 Soluciones de Ecuaciones Simples y Simultáneas

Para encontrar temas que estén representados en el álgebra elemental moderna, tenemos que ir a los problemas 24-34 del papiro de Ahmes. Uno de estos problemas, el Problema 26, nos servirá como ilustración.

Ejemplo 2. La suma de una cantidad y su cuarta parte es 15. ¿Cuál es esa cantidad?

Solución: En términos algebraicos modernos, la solución es directa e implica encontrar el valor de x, la cantidad incógnita, a partir de la ecuación:

$$x + \frac{1}{4} x = 15$$

Por tanto, $x=12$.

El escriba, sin embargo, razonó de la manera siguiente: si larespuesta fuera 4, entonces 1 + 1/4 de 4 sería 5. El número por el que hay que multiplicar 5 para obtener 15 es 3. Si ahora se multiplica 3 por la respuesta supuesta (que es claramente errónea), resultará la respuesta correcta:

$$4 \times 3 = 12$$

El escriba estaba utilizando el modo más antiguo y probablemente más popular de resolver las ecuaciones de primer grado antes de la aparición del álgebra simbólica, el método de la seudosuposición (o posición falsa). Aún se utilizaba corrientemente en Europa hasta hace unos cien años [1]. Otros problemas con ecuaciones sencillas que utilizan variantes del método que acabamos de describir se encuentran en los papiros de Moscú y Kahun. El papiro de Berlín contiene dos problemas que parecen implicar ecuaciones simultáneas no lineales (esto es, ecuaciones con términos como x^2 y xy). En algunos lugares está muy mutilado, por lo que la solución que se ofrece a continuación es una reconstrucción.

Ejemplo 3. Te dicen que el área de un cuadrado de 100 (cúbitos cuadrados) es igual a la de dos cuadrados más pequeños. El lado de uno de ellos es 1/2 + 1/4 del otro. Dime los lados de los dos cuadrados desconocidos.

Solución 1; Aproximación mediante el álgebra simbólica. Sean x e y los lados de los dos cuadrados más pequeños. A partir de los datos del enunciado, podemos derivar el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$x^2+y^2=100$$

$$4x+3y=0$$

Las soluciones obtenidas por el método de sustitución son x = 6 e y = 8.

Solución 2: Aproximación mediante el álgebra retórica egipcia (reformulación de la solución original). Tómese un cuadrado de lado 1 cúbito (esto es, un valor falso de y igual a 1 cúbito). Entonces, el otro cuadrado tendrá un lado de 1/2 + 1/4 cúbitos (esto es, x =1/2 + ¼). Las áreas de los cuadrados son I y 1/2 + 1/16 cúbitos cuadrados, respectivamente. Al sumar las áreas de los dos cuadrados se obtienen I +l1/2 + 1/6 cúbitos cuadrados. Extráigase la raíz cuadrada de esta suma: 1+1/4.Extráigase la raíz cuadrada de 100 cúbitos cuadrados: 10. Dividir este 10 por 1+1/4, lo que da 8 cúbitos, el lado de un cuadrado. (Así, de la suposición falsa de y=1, hemos deducido que y = 8.) En este punto el papiro está tan sumamente dañado que hay que reconstruir el resto de la solución. Se puede únicamente suponer que el lado del cuadrado más pequeño se calculó como 1/2+1/4 del lado del cuadrado mayor, el cual era 8 cúbitos. Por tanto, el lado del cuadrado más pequeño es 6 cúbitos.

1.2 Series Geométricas y Aritméticas

Una serie es la suma de una secuencia de términos. Las clases más corrientes son las series geométricas y aritméticas. Los términos de esta última son una progresión aritmética (PA), una secuencia en la que cada término después del primero (ordinariamente denotado por a) se obtiene sumando un número fijado, llamado la diferencia común (ordinariamente denotada por d), al término precedente. Por ejemplo, 1, 3, 5, 7, 9,... es una PA con a = 1 y d = 2. En una progresión geométrica (PG) cada término después del primero (a) se forma a partir del precedente multiplicándolo por un número fijado llamado la razón común (ordinariamente denotada por r). Por ejemplo, 1, 2, 4, 8, 16,... es una PG con a = 1 y r = 2. Desde tiempos remotos, los matemáticos han buscado la forma de obtener reglas para la suma de los primeros n términos de las series aritméticas y geométricas.

El método egipcio de multiplicación lleva de manera natural a un interés en estas series, puesto que se basa en operaciones con la PG básica 1, 2, 4, 8,... y en la idea de que cualquier multiplicador puede expresarse como la suma de elementos de esta secuencia. De ahí se seguiría que el interés de los egipcios se centrara en descubrir reglas que hicieran más fácil la suma de ciertos elementos de tales secuencias. He aquí otro problema del papiro de Ahmes.

Ejemplo 4. La formulación práctica del problema en el papiro de Ahmes es, en términos generales, ambigua. Presenta la información siguiente y nada más:

Casas	7		
Gatos	49	1	2.801
Ratones	343	2	5.602
Espigas de cebada	2.401	4	11.204
Hekats de cebada	16.807		
		Total:	19.607
Total:	19.607		

Este curioso conjunto de datos, sin ninguna. Otra explicación, ha dado a hacer algunas interesantes sugerencias. Se creyó en un principio que el problema era simplemente una formulación de las maneras quintas potencias de 7, y de su suma; y que las palabras

<<casa>>, <<gatos>>, etc., eran realmente una terminología simbólica a las primeras, segundas y terceras, y así sucesivamente. Como esta terminología no aparece en ninguna otra parte, esta explicación no resulta convincente. Además' no explica el otro conjunto de datos de la derecha.

Una interpretación más plausible es que aquí tenemos un ejemplo de una serie geométrica, donde el primer término (a) y la razón común (r) son dos 7, lo que implica que la suma de los primeros único términos de la serie se obtiene como: 7 [1 + (4 + 49 + 343 + 2.401)] = 7x2.801. Ahora vemos que el segundo conjunto de datos en el problema es sencillamente la multiplicación de 7 por 01 a la manera egipcia.

Una solución detallada de otro problema del papiro de Ahmes apoya, en cierta manera, la idea de que los egipcios tenían una regla intuitiva para sumar n términos de una progresión aritmética. El problema 64 puede reformularse de la manera siguiente:

Ejemplo 5. Dividir 10 hekats de cebada entre 10 hombres de manera que la diferencia común sea t 1/8 de un hekat de cebada.

Solución: La solución del problema, tal como aparece en el papiro, viene dada en la parte izquierda de la página. En la parte derecha el algoritmo se formula simbólicamente.

Método Egipcio	Expresión simbólica
	Sea a el primer término, f el último término, d la diferencia común, n el número de términos y S la suma de los n términos.
1. Valor medio: 10/10 = 1	1. Valor medio de los n términos: S/n
2. Número total de diferencias comunes: 10-1=9.	2. Número de diferencias comunes: $n-1$
3. Hallar la mitad de la diferencia común: ½ x 1/8 = 1/6	3. Mitad de la diferencia común: $d/2$
4. Multiplicar 9 por 1/6: ½ + 1/16	4. Multiplicar $n-1$ por $(n-1)d/2$
5. Sumar esto al valor medio para obtener la porción máxima: 1 + ½ + 1/16.	5. $f=\frac{S}{n}+(n-1)d/2$
6. Restar nueve veces la diferencia común (1/8) para obtener la porción mínima: ¼ + 1/8 +1/16.	6. $a=f-(n-1)d$
7. Otras porciones se obtienen sumando la diferencia común a cada una de las porciones sucesivas, comenzando por la mínima. El total es de 10 hekats de cebada.	7. Ahora, formar: $a, a+d, \ldots, a+2d, a+(n-1)d$. Así, $S=an+\frac{1}{2}n(n-1)d$ $S/n=a+\frac{1}{2}(n-1)d$

La correspondencia entre el álgebra retórica de los egipcios y nuestra álgebra simbólica es muy estrecha, aunque es necesario indicar aquí una palabra de cautela. No sería razonable inferir, sobre la base de esta correspondencia, que los antiguos egipcios utilizaron algo así como el razonamiento algebraico de la parte derecha. Más probable es que siguieran un razonamiento de sentido común, escribiendo la siguiente secuencia sobre la base de que los términos sumaban 10:

$$a, a+1/8, a+2/8, \ldots, a+9/8$$

Cada término sucesivo indica la porción creciente de cebada recibida por los 10 hombres.

1.3 La Geometría Egipcia

El carácter práctico de la geometría egipcia ha llevado a algunos comentaristas a cuestionarse si se puede describir apropiadamente como una geometría, pero eso es adoptar un punto de vista demasiado restrictivo. La palabra misma procede de dos palabras griegas que significan <<tierra>> y «medida»' lo que indica que la disciplina tuvo su origen en las tierras y otras aplicaciones prácticas; y la necesidad de calcular las áreas de las tierras y los volúmenes de los graneros y pirámides nació la geometría egipcia con su carácter peculiarmente práctico. Si hubo alguna motivación teórica, permaneció bien escondida tras las reglas del cálculo.

Los problemas comunes de medida basados en los volúmenes y áreas de las figuras planas y sólidas más familiares fueron resueltos correctamente en su mayor parte. Las áreas de los rectángulos, triángulos y trapecios isósceles se obtuvieron correctamente, probablemente mediante un proceso de «descomposición y ensambladura», similar a los encontrados en la geometría india y china, como se discutirá en capítulos posteriores.

Cuando se pregunta por los tres logros más importantes de la geometría egipcia, hay un acuerdo general acerca de dos -las aproximaciones del área del circulo y la deducción de la regla para calcular el volumen de un tronco de pirámide-, pero existe un cierto desacuerdo sobre el tercero: ¿intentaron, efectivamente, encontrar la fórmula correcta para el área de la superficie de una semiesfera?

1.3.1. El área de un círculo: el valor implícito de π

El Problema 50 del papiro de Ahmes dice así:

Ejemplo 6. Un campo circular tiene 9 khets de diámetro. ¿Cuál es su área?

(Un khet es igual a 100 cúbitos reales, o 50 metros aproximadamente. Curiosamente este problema no es un problema práctico,

Pues se calcula que el área es unas 16 hectáreas (0,16 kilómetros cuadrados) y la circunferencia del círculo es casi un kilómetro y medio).

Solución del Ahmes: Restar 1/9 del diámetro, es decir, 1 khet. El resto son 8 khets. Multiplicar 8 por 8, para obtener 64. Contiene, por tanto, 64 setats (khets cuadrados) de tierra. En álgebra simbólica sería:

$$A^E = [d-(d/9)]^2 = (8d/9)^2$$

Donde d es el diámetro. Calculado en forma moderna, el resultado es

$$A = \pi r^2 = (3{,}142)(4{,}5)^2 = 63{,}63$$

Muy cercano al valor encontrado por el escriba.

El cálculo implícito de π contenido en el método egipcio de calcular el área de un círculo puede efectuarse muy fácilmente igualando A con A^E:

$$\pi d^2/4 = (8d/9)^2$$

A partir de lo cual obtenemos

$$\pi = 4(8/9)^2 = 256/81 = (16/9)^2 \cong 3.1605$$

¿Cómo dedujeron los egipcios esta regla? El Problema 48 puede darnos una pista. Se trata de un problema singular por el hecho de que es el único de los 87 problemas del papiro de Ahmes que se expresa mediante un diagrama con anotaciones, reproducido aquí como la figura 1a). Muestra un cuadrado con cuatro triángulos isósceles en sus vértices. En medio del cuadrado figura el símbolo hierático normal del 9, que se escribe . Al quitar los triángulos, cada uno de los cuales tiene un área de 9/2 khets cuadrados (o setats), queda un octágono regular de 3 khets de lado, como el de la figura 1b). Es fácil ver que el área del octágono es igual al área del

Cuadrado menos el área total de los triángulos cortados de los vértices del cuadrado:

$$A = 9^2 - 4(9/2) = 81 - 18 = 63$$

Este es aproximadamente el valor que se obtiene tomando d = 9 como la expresión $A^E = (8d/9)^2$. Así, el octágono es una aproximación, razonable al círculo inscrito en el cuadrado, como se ilustra en la figura 1c).

Hay algo más bien artificial y nada convincente acerca de esta explicación, pues presupone una manera de razonar que no es inmediatamente aparente en las matemáticas egipcias. Para una mejor explicación, nos volvemos a los dibujos geométricos que fueron populares en el antiguo Egipto. Un motivo comúnmente encontrado en las cámaras funerarias es la «serpiente encorvada>, que se parece a una serpiente enroscada varias veces alrededor de sí misma. - (Se encuentra hoy en áreas de África tan apartadas como son: (Mozambique y Nigeria.). Este motivo espiral también aparecía en el diseño de objetos. Se cuenta que en tiempos de Ramsés III (ca. 1200 a.C.), el pan del rey se cocía en forma de espiral. Las esteras de pita se hacían en forma de serpiente encorvada, y no son objetos raros en África incluso hoy. Si una de estas esteras con forma espiral (cuya

presencia en el antiguo Egipto está bien atestiguada en las pinturas de la época), de 9 unidades de diámetro, se desenrollará y se formará un cuadrado de 8 unidades de lado, sería fácil establecer experimentalmente una estrecha correspondencia entre las áreas de las dos formas.

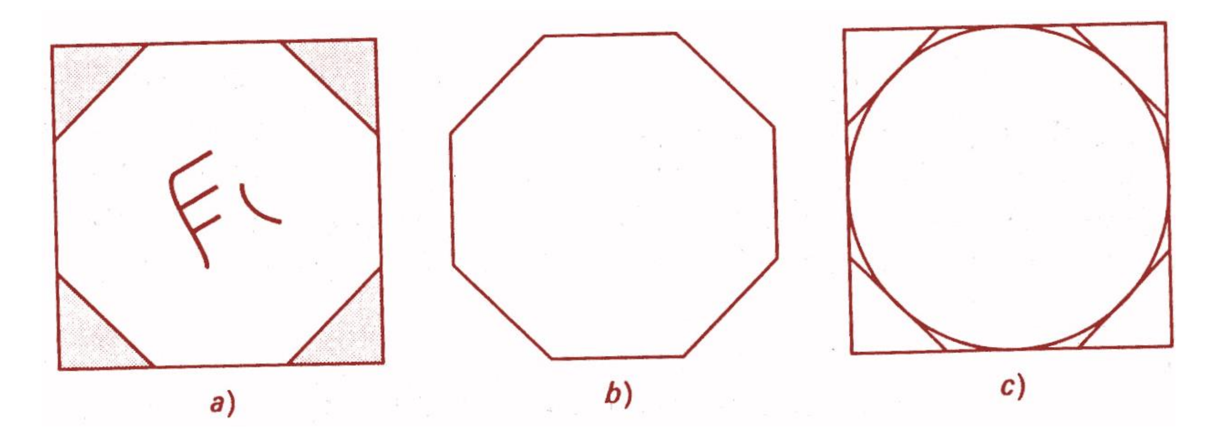


Figura 1. Problema 48 del papiro de Ahmes: medida de un círculo

Otra explicación, sin embargo, basada también en pruebas materiales, está relacionada con un juego de mesa que todavía se juega mucho en muchas partes de África (Gerdes, 1985). En el antiguo Egipto se jugaba con un tablero con tres filas de catorce hoyitos con cuentas que eran, al igual que hoy, objetos redondeados como semillas, guisantes o guijarros. Quizá, entonces, las exigencias del juego obligaron a experimentar para encontrar un cuadrado y un círculo tales que pudieran alojarse en cada uno de ellos el mismo número de cuentas redondeadas lo más compactamente posible. La figura 2. Muestra que, para ambas figuras, el círculo de 9 unidades de diámetro y el cuadrado de 8 unidades de lado, se pueden alojar 64 pequeñas cuentas redondeadas. Por tanto, el área de un círculo de 9 unidades de diámetro es aproximadamente igual al área de un cuadrado de 8 unidades de lado, expresándose el área como 64 pequeños círculos. A partir de esta equivalencia aproximada de las áreas del círculo y del cuadrado se puede calcular fácilmente el valor implícito de π, dado anteriormente [1 y 2].

La regla egipcia para obtener el área de un círculo se aplica en unos cuantos ejemplos de los papiros de Ahmes y Moscú. En el Problema 4l del papiro de Ahmes, se calcula el volumen de un granero cilíndrico de 9 cúbitos de diámetro y l0 cúbitos de altura. La solución ofrecida por el escriba se puede expresar simbólicamente como:

Volumen=A^E=〖(8d/9)〗^2 h=640 cúbitos cúbicos

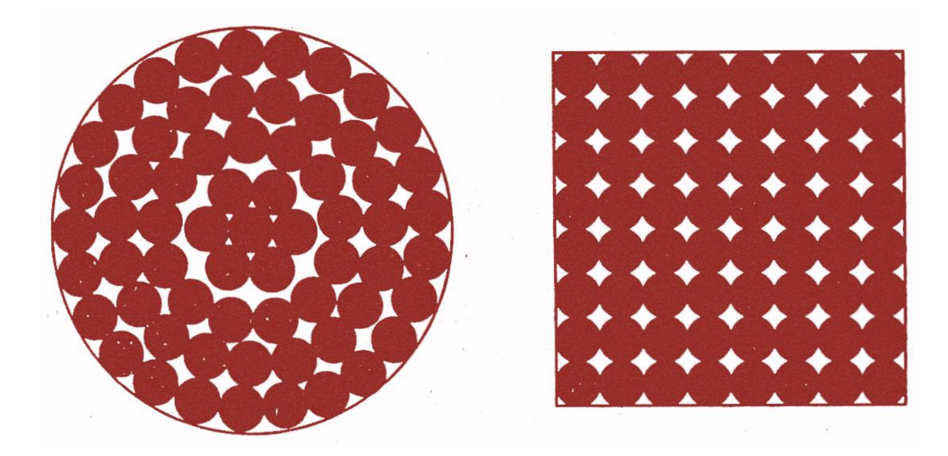


Figura 2. Una forma egipcia alternativa de medir un círculo, sugerida por Gerdes (1985, pág.267).

1.3.2. Volumen de un tronco de pirámide cuadrada

Por lo general, se está de acuerdo en que el conocimiento de la fórmula correcta del volumen de un tronco de pirámide cuadrada marca el cenit de la geometría egipcia. Bell (1940) se refiere a este logro como la «mayor pirámide egipcia». El Problema 14 del papiro de Moscú es como sigue:

Ejemplo 7. Ejemplo de cálculo de un tronco de pirámide. Se nos dice que un tronco de pirámide tiene 6 cúbitos de altura vertical por 4 cúbitos de base y dos cúbitos de la parte superior. (Calcular el volumen de esta pirámide.)

Solución: La solución, tal como aparece en el papiro, se da en la parte izquierda debajo; en la parte derecha se explica el algoritmo en términos simbólicos (véase la figura 3.a).

Método Egipcio	Expresión Smbólica
	Sea h la altura vertical, a y b los lados de los dos cuadrados que limitan la pirámide por encima y por debajo, y V el volumen del sólido.
1. Elevar este 4 al cuadrado:	**1. Hallar el área del cuadrado de la base: a^2.**
2. Elevar este 2 al cuadrado:	**2. Hallar el área del cuadrado de la base superior: b^2.**
3. Tomar 4 dos veces: 8.	**3. Hallar el producto de a y b : ab.**
4. Sumar 16, 8 y 4: 28	**4. Hallar a^2+ab+b^2...**
5. Tomar 1/3 de 6: 2.	**5. Hallar 1/3 de la altura: $h/3$.**
6. Tomar 28 dos veces: 56	**6. $(a^2+ab+b^2)h/3$**
7.¡El resultado es 56!	**7. $V=(a^2+ab+b^2)h/3$**

Al final de la solución en el papiro de Moscú hay un dibujo del trapezoide (ver la figura 3. b)

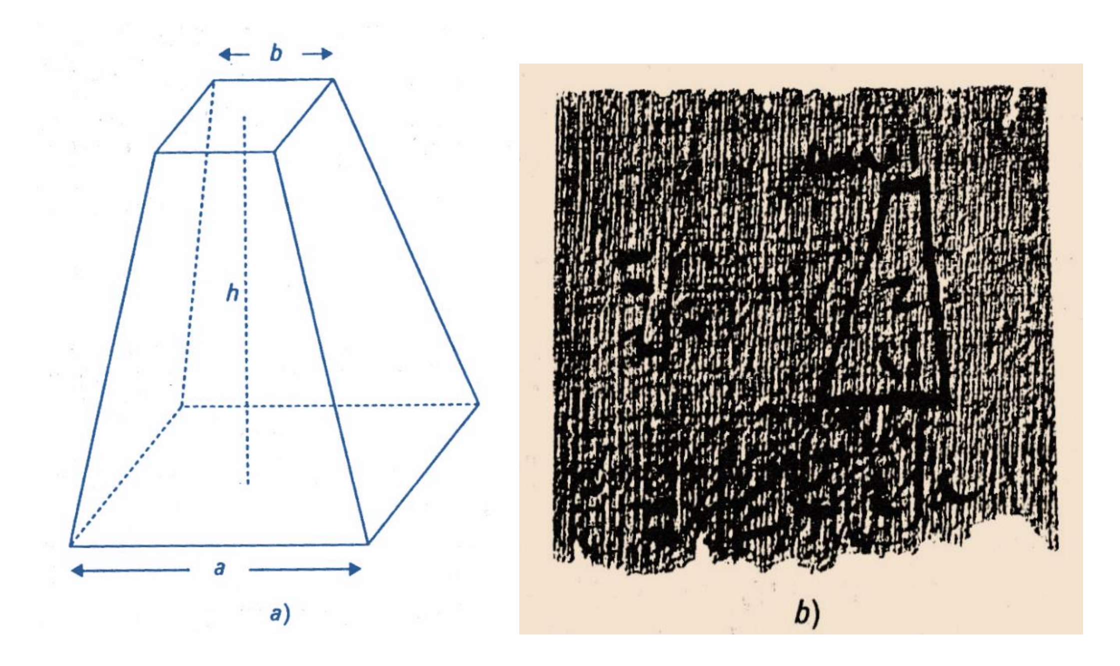


Figura 3. Problema 14 del papiro de Moscú: el tronco de pirámide: a) en su versión moderna, y b) la solución como se da en el papiro (Eves, 1983, pág. 42).

La aproximación egipcia es claramente equivalente a la representación simbólica, y está basada, correctamente' en la fórmula

$$V=(a^2+ab+b^2)h/3$$

Se ha intentado explicar repetidas veces cómo los egipcios pudieron haber llegado a la formula correcta del volumen del tronco de pirámide. Todas las explicaciones comienzan suponiendo que. conocían la fórmula del volumen de la pirámide completa, pues, de otra, suerte, resultaría difícil explicar la aparición del factor 1/3 en la expresión del volumen de un tronco de pirámide. (La fórmula del volumen de la pirámide completa es, de hecho' un caso especial de la fórmula más general del tronco de pirámide, ya que una sustitución de $b=0$ en la fórmula de este último da $V=a^2 h/3$. Haciendo $a=b$, tenemos $V=a^2 h$, el volumen de un prisma cuadrangular.)

Existen tres explicaciones principales. La primera sugiere que el tronco de pirámide fue cortado en sólidos más pequeños y sencillos cuyos volúmenes se calcularon a continuación, volviéndose a recomponer el sólido original. Las dificultades surgen en la última parte de esta explicación, ya que la reducción de la suma de todos los componentes sólidos a la fórmula final requeriría un grado un grado de conocimiento y refinamiento algebraicos que pocos autores concederían a los egipcios.

La segunda explicación es que los egipcios habían descubierto empíricamente que el volumen de un tronco de pirámide puede obtenerse como el producto de la altura, del tronco, h, y la media de Herón de las áreas de las bases, a^2y b^2 El único dato para apoyar este punto de vista proviene de Herón, un matemático alejandrino del siglo I de nuestra era, cuya obra contiene una síntesis útil de las tradiciones matemáticas egipcias, griegas y babilónicas' El Libro II de su Métrica contiene un tratamiento detallado de la

medida del volumen de prismas, pirámides, conos, paralelepipedos. y otros sólidos. La inferencia es que su método para calcular el volumen de un tronco de pirámide utilizando la «media» que lleva su nombre procedía directamente de la tradición matemática egipcia.

Finalmente, está la visión de que el volumen se calculaba como la diferencia entre el volumen de una pirámide originalmente completa y el de una pirámide más pequeña que se eliminaba de su parte superior. Gillings (1964) discute en detalle esta explicación, que parece la más plausible de las tres, dada la aproximación <<concreta>> a la geometría que favorecían los egipcios. Independientemente de cómo los egipcios llegaron a descubrirla, la fórmula permanece como un testimonio duradero de sus matemáticas.

1.3.3 El área de una superficie curva: ¿un semicilindro o una semiesfera?

El Problema 10 del papiro de Moscú reza del modo siguiente:

Ejemplo 8. Ejemplo del cálculo [esto es, del cálculo del área] de una cesta. Te dan una cesta con una boca [esto es, una abertura] de 4 + 1/2 de preservación [presumiblemente, de diámetro]. Dime [el área del su] superficie.

Solución sugerida:

1. Tomar 1/9 de 9, ya que la cesta es la mitad de un huevo (esto es, un hemisferio): Resultado 1.

2. Tomar el resto que es 8. Tomar 1/8 de 8: Resultado 2/3+1/6+1/18.

3. Hallar el resto de este 8 después de [sustraerle) 2/3 +1/6 + 1/18: Resultado 7 + 1/9.

4. Multiplicar 7 + 1/9 por 4 + 1/2: Resultado 32.

¡Ésta es su superficie (área)! La has encontrado correctamente.

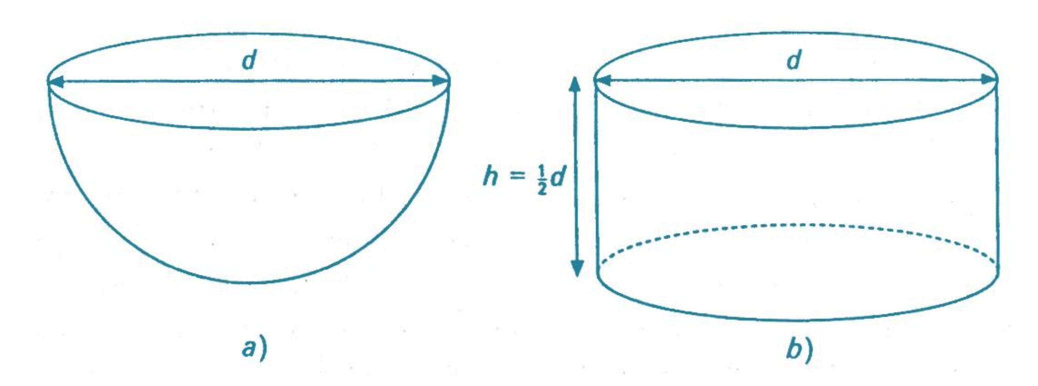


Figura 4. Problema l0 del papiro de Moscú. Puede buscarse: a) el área de un hemisferio, o D) el área de un semicilindro.

El problema reformulado es: Hallar el área de la superficie de una semiesfera de diámetro 4 1/2.

La solución sugerida se puede expresar simbólicamente como

$$A=2d(8/9)(8/9)d=2d^2 (8/9)^2=2\pi r^2$$

donde el valor egipcio de π es 256/81. Esta expresión es idéntica a la fórmula moderna de la superficie curva de una semiesfera ($A=1/2\pi d^2$) con un valor diferente para π.

Si esta interpretación del método egipcio es válida, entonces estamos aquí ante un logro aún más notable que la aplicación de la fórmula correcta del volumen de un tronco de pirámide, pues la misma idea de una superficie curva (no simplemente una superficie que se puede obtener enrollando una superficie plana) es un concepto matemático muy avanzado. Esto anticiparía la obra innovadora de Arquímedes (ca. 250 a.C.) en unos mil quinientos años. Sin embargo, se han suscitado dudas acerca de la interpretación del término «huevo». Peet (1931) ha sostenido que este término debe interpretarse como un semicilindro, en cuyo caso la solución sugerida anteriormente, expresada simbólicamente, se convertiría en (véase la figura 4.b)

$$A=2\pi h, \text{ donde } \pi=256/81 \text{ y } h=1/2d \text{ es la altura.}$$

Ésta sería la contrapartida egipcia de la fórmula moderna del área de la superficie curva de un semicilindro.

La traducción e interpretación del texto de Peet ha tenido sus propias críticas. Gillings (1972) mantuvo que si se aceptaba la interpretación original de la cesta como un hemisferio, la regla podría haber surgido de la observación empírica de que, al tejer una cesta semiesférica cuyo radio es aproximadamente igual a su altura, la cantidad necesaria para fabricar una tapa circular es aproximadamente igual a la mitad necesaria para fabricar la cesta misma. Si esto es así, entonces Ia regla fue cuestión de simple deducción, y la «mayor de las pirámides» de los egipcios resulta de la aplicación correcta de la fórmula del volumen de un tronco de pirámide.

Las matemáticas egipcias se han discutido aquí con más detalles que en muchos libros de texto generales sobre la primitiva historia de las matemáticas (una evaluación conjunta de las matemáticas egipcias y babilónicas se encontrará en el capítulo 5). El tratamiento de las matemáticas egipcias en la mayoría de las historias típicas sobre el tema tiende a ser más bien sesgado: se resalta en exceso la numeración egipcia y, en consecuencia, el resto de las matemáticas recibe menos atención de lo que debiera. Cuando se compara con las tradiciones matemáticas contemporáneas o posteriores, se subraya la calidad de las matemáticas babilónicas, pero la contribución de ambas matemáticas, la egipcia y la babilónica, se considera pobre -o, más caritativamente- se ve simplemente como el preludio del «milagro griego».

¿Es la actitud crítica franca de las matemáticas egipcias que se encuentra en muchos libros de texto un intento de contrarrestar los generosos agradecimientos de los griegos (y de otros) de la gran deuda de éstos con aquellas civilizaciones primitivas? Si la dependencia de los griegos de Egipto y Babilonia en sus primeras ideas matemáticas se reconoce hoy, el mito del «milagro griego» no será sostenible por más tiempo. Esto socavaría uno de los principios centrales de la visión eurocéntrica de la historia y del progreso.

No hemos dicho mucho acerca de la fase posterior de las matemáticas egipcias, cuando Alejandría se convirtió en el centro de la actividad matemática. La síntesis creadora de las matemáticas clásicas griegas y las tradiciones algebraicas y empíricas de Egipto y Babilonia produjeron una parte de las mejores matemáticas y astronomía de la antigüedad, máximamente ejemplificadas en las obras de Arquímedes, Tolomeo, Diofanto, Pappus y Herón. No vamos a ocuparnos de la historia de las matemáticas del período helenístico, que ha sido explorada a fondo en las historias generales de las matemáticas, como las de Boyer (1968), Eves (1983) y Kline (1972), así como en obras especializadas sobre las matemáticas griegas como las de Heath (1921), Van der Waerden (1961) y otros.

2. ANÁLISIS Y SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES EN LA ACTUALIDAD

2.1 Solución de la Ecuación Lineal con una Incógnita:

Las ecuaciones lineales con una incógnita son aquellas que pueden expresarse de la forma:

$$a\,x+b=0$$

Donde x representa el valor a buscar o incógnita, mientras que a,b son constantes que pertenecen al conjunto de los números reales. La solución de estas ecuaciones se encuentra al despejar del valor de x esto es [3]:

$$x=-b/a$$

Ejemplo. Hallar el valor de x para la ecuación:

$3/2\ x+10=5x-18$

Solución:

$18+10=5x-3/2\ x$

$(10x-3x)/2\ =28$

$7x\ =56$

$x\ =56/7=8$

2.2. Sistemas de Ecuaciones Lineales y Matrices

Las ecuaciones lineales, así como los sistemas lineales, surgen tanto de problemas de naturaleza práctica como teórica. En la ciencia, la industria, el comercio, entre otras actividades y ramas del quehacer humano, importante modelar problemas reales por medio de sistemas lineales; allí la importancia de este tema [3, 4, 5 y 6].

2.2.1 El Espacio R^n

Sobre el campo real consideremos otras estructuras definiendo operaciones adecuadas que nos permitirán un mejor manejo de ecuaciones y sistemas lineales [5 y 6].

$$R^2=\{(x,y) \; / \; x,y\in R\}$$

$$R^3=\{(x,y,z) \; / \; x,y,z\in R\}$$

En general: $R^n=\{(x_1,x_2,\dots x_n) \; / \; x_1,x_2,\dots x_n\in R\}$

2.2.2. Adición y Multiplicación por Escalares y Producto Escalar en R^n

Sean $X,Y \in R^n$ y $a\in R$ es decir

$$X=(x_1,x_2,\dots x_n)$$

$$Y=(y_1,y_2,\dots y_n)$$

ADICIÓN:

$$X+Y=(x_1+y_1,x_2+y_2,\dots x_n+y_n)$$

MULTIPLICACIÓN POR ESCALAR:

$$a\,X=(ax_1,ax_2,\dots ax_n)$$

PRODUCTO ESCALAR O PRODUCTO PUNTO:

$$X\cdot Y=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = x_1 y_1+x_2 y_2+\cdots+x_n y_n$$

Ejemplo: Sea $X=(2,-1)$, $Y=(1,3)$ y $Z=(3,5)$, entonces:

$X+Y=(2,-1)+(1,3)=(2+1,-1+3)=(3,2)$

$5\,X=5\,(2,-1)=((5)(2),(5)(-1))=(10,-5)$

$X\cdot Y=(2,-1)\cdot(1,3)=(2)(1)+(-1)(3)=2-3=-1$

$3X+2Y=3(2,-1)+2(1,3)=((3)(2),(3)(-1))+((2)(1),(2)(3))=(6,-3)+(2,6)=(6+2,-3+6)=(8,3)$

3.2.3. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

3.2.3.1 Ecuación Lineal.

Es una ecuación de la forma: $a_1 x_1+a_2 x_2+\cdots+a_n x_n=b$

Ejemplos:

$$3x+2y+5z=1$$

$$-3x+4y-6z+4w=3$$

Dos ecuaciones Lineal con dos incógnitas.

Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas x,y, es decir el sistema (I) dado por:

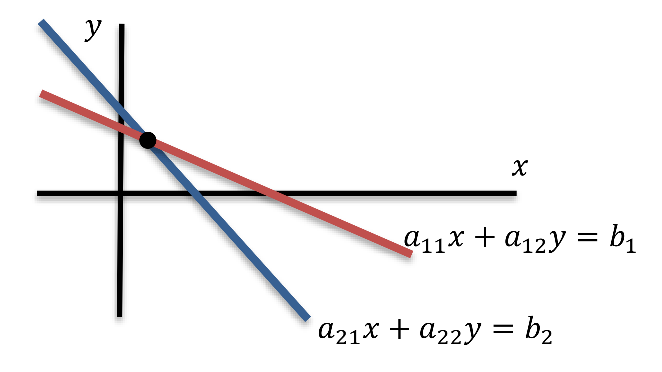
$$a_{11} x+a_{12} y=b_1$$

$$a_{21} x+a_{22} y=b_2$$

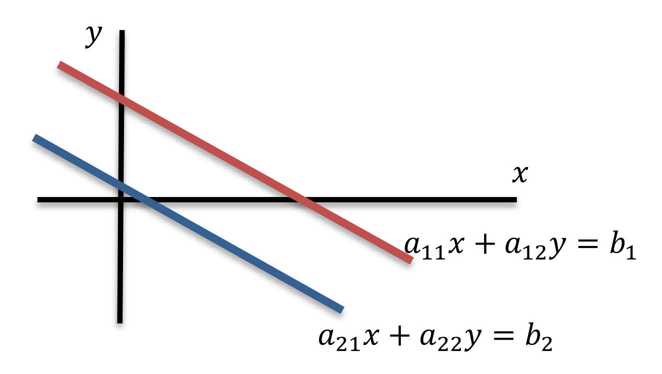
Donde a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, $b_2 \in R$. Cada una de estas ecuaciones representa una línea recta. Cualquier $(x,y) \in R^2$ que satisfaga el sistema (I) se denomina solución del sistema [3, 4, 5 y 6].

Representación gráfica del sistema (I)

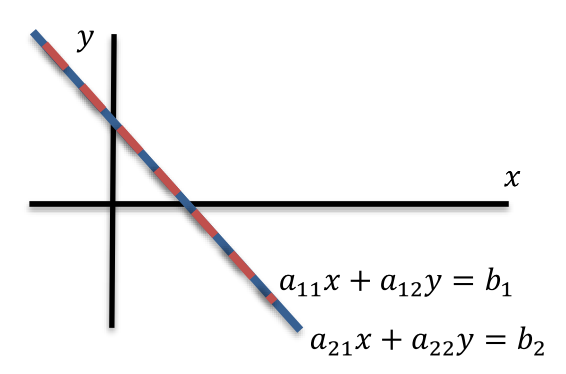
Solución única:



Sin solución:



Infinitas soluciones:



Ejemplo 1. Considere el sistema (sistema con solución única)

4x-3y=4

12x+3y=12

Sumando las ecuaciones se tiene

16x=16 Así que x=1

Entonces 4-3y=4, luego -3y=0 lo que implica y=0

Así que (1,0) satisface el sistema o sea que (1,0) es la única solución del sistema.

Ejemplo 2. Sistema con un número infinito de soluciones

x-y=6 (1)

2x-2y=12 (2)

Se puede ver que estas dos ecuaciones son equivalentes. Esto es, cuales quiera dos números x,y que satisfacen la primera satisfacen la segunda y viceversa. Para comprobar esto dividamos la segunda ecuación por dos:

x-y=6 (1)

x-y=6 (2)

Despejando y de cualquiera de (1) o (2): y=x-6

Así que (x,x-6) es la solución del sistema para cualquier número real x. Es decir, este sistema tiene infinitas soluciones. Para este ejemplo, los siguientes pares son soluciones: (1, -5), (2, -4), (3, -3), (4, -2), (7, 1), (9, 3).

Ejemplo 3. Sistema sin solución. Considere el sistema

x-y=5 (1)

2x-2y=12 (2)

Si se divide la segunda ecuación por dos se obtiene: x-y=6 esto contradice la primera ecuación. Por tanto, el sistema no tiene solución.

2.3. Sistemas con m- Ecuaciones con n Incógnitas

2.3.1. Eliminación de Guass-Jordan y Gaussiana

En esta sección se describe un método para encontrar todas las soluciones (si existen) de un sistema de m-ecuaciones lineales con n incógnitas [3]. Al hacerlo se verá que, igual que en el caso 2x2, otros sistemas o bien no tienen solución, tienen solución única o tienen un número infinito de soluciones, antes de llegar al método general se verán algunos ejemplos sencillos:

1) Resuelva el sistema

Sistema de ecuaciones lineales	Matriz aumentada del sistema
$9x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 45$ (1) $7x_1 + x_3 = 10$ (2) $9x_1 + 9x_2 - 7x_3 = 6$ (3)	$\begin{pmatrix} 9 & 6 & 8 & \vert & 45 \\ 7 & 0 & 1 & \vert & 10 \\ 9 & 9 & -7 & \vert & 6 \end{pmatrix}$
Dividiendo la ecuación (1) por 9: $x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{8}{9}x_3 = 5$ (1) $7x_1 + x_3 = 10$ (2) $9x_1 + 9x_2 - 7x_3 = 6$ (3)	$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} & \vert & 5 \\ 7 & 0 & 1 & \vert & 10 \\ 9 & 9 & -7 & \vert & 6 \end{pmatrix}$
Multiplicando la primera ecuación por (-7) y sumándosela a la ecuación (2) se tiene: $x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{8}{9}x_3 = 5$ (1) $-\frac{14}{3}x_2 - \frac{47}{9}x_3 = -25$ (2) $9x_1 + 9x_2 - 7x_3 = 6$ (3)	$\begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} & \vert & 5 \\ 0 & -\frac{14}{3} & -\frac{47}{9} & \vert & -25 \\ 9 & 9 & -7 & \vert & 6 \end{pmatrix}$
Multiplicando la primera ecuación por (-9) y sumándosela a la ecuación (3) se tiene:	

$x_1+\frac{2}{3}x_2+\frac{8}{9}x_3 = 5 \quad (1)$ $-\frac{14}{3}x_2-\frac{47}{9}x_3=-25 \quad (2)$ $3x_2-15x_3=-39 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} & 5 \\ 0 & -\frac{14}{3} & -\frac{47}{9} & -25 \\ 0 & 3 & -15 & -39 \end{array}\right)$
Multiplicando la segunda ecuación por -3/14 se tiene: $x_1+\frac{2}{3}x_2+\frac{8}{9}x_3 = 5 \quad (1)$ $x_2+\frac{47}{42}x_3=\frac{75}{14} \quad (2)$ $3x_2-15x_3=-39 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} & 5 \\ 0 & 1 & \frac{47}{42} & \frac{75}{14} \\ 0 & 3 & -15 & -39 \end{array}\right)$
Multiplicando la segunda ecuación por -2/3 se tiene: $x_1 \quad -\frac{1}{7}x_3=\frac{10}{7} \quad (1)$ $x_2+\frac{47}{42}x_3=\frac{75}{14} \quad (2)$ $3x_2-15x_3=-39 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{10}{7} \\ 0 & 1 & \frac{47}{42} & \frac{75}{14} \\ 0 & 3 & -15 & -39 \end{array}\right)$
Multiplicando la segunda ecuación por -3 se y sumándosela a la tercera se tiene: $x_1 \quad -\frac{1}{7}x_3=\frac{10}{7} \quad (1)$ $x_2+\frac{47}{42}x_3=\frac{75}{14} \quad (2)$ $-\frac{257}{14}x_3=-\frac{771}{14} \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{10}{7} \\ 0 & 1 & \frac{47}{42} & \frac{75}{14} \\ 0 & 0 & -\frac{257}{14} & -\frac{771}{14} \end{array}\right)$
Multiplicando la tercera ecuación por -14/257 se tiene: $x_1 \quad -\frac{1}{7}x_3=\frac{10}{7} \quad (1)$ $x_2+\frac{47}{42}x_3=\frac{75}{14} \quad (2)$ $x_3=3 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & -\frac{1}{7} & \frac{10}{7} \\ 0 & 1 & \frac{47}{42} & \frac{75}{14} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$
Multiplicando la tercera ecuación por 1/7 y sumándosela a la primera se tiene: $x_1 \quad =1 \quad (1)$ $x_2+\frac{47}{42}x_3=\frac{75}{14} \quad (2)$ $x_3=3 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{47}{42} & \frac{75}{14} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$
Multiplicando la tercera ecuación por -47/42 y sumándosela a la según se tiene: $x_1 \quad =1 \quad (1)$ $x_2 \quad =2 \quad (2)$ $x_3=3 \quad (3)$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$

Esta es la única solución del sistema. El método que se usó se conoce como eliminación de Gauss-Jordan.

Antes de seguir con otro ejemplo es conveniente resumir lo que se hizo en éste con las matrices aumentada.

1. Se dividió el primer renglón entre 9, para hace el coeficiente de x_1 igual a 1.
2. Se eliminaron los términos de x_1 de la segunda y tercera ecuación. Esto es, los coeficientes de estos términos se hicieron cero al multiplicar el primer renglón por las constantes adecuadas y sumándola a la segunda y tercera fila, respectivamente, de manera, que al sumar las filas se eliminan los primeros términos.
3. Se dividió el segundo renglón entre una constante, para hacer el coeficiente de x_1 igual a 1 y después se usó el segundo renglón para eliminar los términos x_2 en el primer y tercer renglón, en forma similar como se hizo en el paso 2.
4. Se dividió el tercer renglón entre una constante, para hacer el coeficiente de x_3 igual a 1 y después se usó el tercer renglón para eliminar los términos de x_3 del primero u segundo renglón.

2.3.2. Operaciones Elementales por Renglones

Según Grossman y Flores (2012), las tres operaciones elementales por renglones aplicadas a la matriz aumentada que representa un sistema de ecuaciones son:

- Multiplicar (o dividir) un renglón por un número diferente de cero.
- Sumar un múltiplo de un renglón a otro renglón.
- Intercambiar dos renglones.

El proceso de aplicar las operaciones elementales por renglones para simplificar una matriz aumentada se llama reducción por renglones.

Notación:

R_i→c R_i quiere decir reemplaza al i-ésimo renglón por ese mismo renglón multiplicado por c.

R_j→R_j+c R_i significa que se sustituye el j-ésimo renglón por la suma del renglón j más el renglen i multiplicado por c.

R_i↔R_j quiere decir que se intercambian los renglones i y j.

A→B que las matrices aumentadas A y B son equivalentes, es decir, que los sistemas que representaron tienen la misma solución.

DEFINICIÓN: Se dice que un sistema de ecuaciones lineales es inconsistente si no tiene solución. Se dice que un sistema que tiene al menos una solución es consistente (Grossman y Flórez, 2012).

DEFINICIÓN: Forma escalonada reducida por renglones: una matriz se encuentra en forma escalonada reducida por renglones si se cumplen las siguientes condiciones (Grossman y Flórez, 2012).

Todos los renglones (si los hay) cuyos elementos son todos cero aparecen en la parte inferior de la matriz.

1. El primer número diferente de cero (comenzando por la izquierda) en cualquier renglón cuyos elementos no todos son ceros es 1.
2. Si dos renglones sucesivos tienen elementos distintos de cero, entonces el primer 1 en el renglón de abajo está más hacia la derecha que el primer en el renglón de arriba.
3. Cualquier columna que contiene el primer 1 en un renglón tiene cero en el resto de sus elementos.

Ejemplos: Las siguientes matrices están en forma escalonada reducida.

$$\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&0&0&7\\0&0&1&3\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&0&3&7\\0&1&4&2\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

DEFINICIÓN: Forma escalonada por renglones, una matriz está en la forma escalonada por renglones si se cumplen i), ii), y iii)

Ejemplo: Cinco matrices en la forma escalonada por renglones:

$$\begin{bmatrix}1&4&7\\0&1&6\\0&0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&-3&7&5\\0&1&4&9\\0&0&0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&3\\0&1\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&0&4&15\\0&0&1&7\end{bmatrix}\quad\begin{bmatrix}1&4&8&2\\0&1&2&6\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

EJEMPLO: Solución de un sistema mediante eliminación Gaussiana.

Resuelve el siguiente sistema reduciendo la matriz de coeficientes a la forma escalonada por renglones:

$$\begin{aligned}x_1-2x_2+3x_3&=11 \quad (1)\\4x_1+x_2-x_3&=4 \quad (2)\\2x_1-x_2+3x_3&=10 \quad (3)\end{aligned}$$

Solución:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&11\\4&1&-1&4\\2&-1&3&10\end{array}\right]\xrightarrow[R_3\to R_3-2R_1]{R_2\to R_2-4R_1}\left[\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&11\\0&9&-13&-40\\0&3&-3&-12\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_2\leftarrow\rightarrow 2R_3}\left[\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&11\\0&3&-3&-12\\0&9&-13&-40\end{array}\right]\xrightarrow{R_2\to\frac{R_2}{3}}\left[\begin{array}{ccc|c}1&-2&3&11\\0&1&-1&-4\\0&9&-13&-40\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[R_3\to R_3-9R_2]{R_1\to R_1+2R_2}\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&1&3\\0&9&-1&-4\\0&0&-4&-4\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R_3 \to -\frac{R_3}{4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & -1 & | & -4 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1 \end{bmatrix}$$

De aquí se tiene

$$x_3=1$$

Así que:

$$x_2+(-1)=-4$$

$$x_2=-4+1$$

$$x_2=-3$$

También se tiene que

$$x_1+1=3$$

$$x_1=3-1$$

$$x_1=2$$

Por lo tanto, la solución es:

$$(x_1,x_2,x_3)=(2,-3,1)$$

3. CONCLUSIONES

El papel de las ecuaciones algebraicas en la vida común y académica es de gran importancia, es por ello que en las instituciones de educación se incluyen cursos para su estudio, ya que su aplicación en la actualidad, está presente en la mayoría de problemas, pues gracias a ellas se pueden realizar hoy en día varios trabajos que implican la solución de una ecuación o sistema de ecuaciones lineales. En cuanto a tener un modelo que solucione todas las ecuaciones algebraicas no existe un patrón a seguir, Pero si existen métodos para solucionar las ecuaciones lineales o sistemas de ecuaciones lineales.

El desarrolla del Algebra desde la cultura egipcia está inmersa en la matemática desarrollada en el Antiguo Egipto, la cual fue escrita en lengua antigua de los egipcios. Estos conceptos fueron estudiados y traducidos en el periodo helenístico, cultura que surge cuando lo griego sustituyó al egipcio, lo que implicó un cambio en el lenguaje escrito de los egipcios y desde ese momento las matemáticas egipcias se fundieron con las culturas griegas y babilónicas, para así dar vía a la matemática helénica. El estudio de las matemáticas en Egipto continuó más tarde bajo el influjo árabe como parte de las matemáticas islámicas, cuando el árabe se convirtió en el lenguaje escrito de los escolares egipcios. Es importante resaltar que el texto matemático más antiguo descubierto es el

papiro de Moscú, que data del Imperio Medio de Egipto, del 2000-1800 a. C. Contiene lo que hoy se conoce como problemas con palabras históricas, que tienen la intención aparente de usar y entender las matemáticas. Se considera que uno de los problemas es de particular importancia es el de encontrar el volumen de un tronco, así como otro conjunto de reglas presente en el papiro para determinar el volumen de una esfera.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Cárdenas J.., R. Guerrero. 1996.*La Cresta del Pavo Real*. Primera Edición. Editorial Pirámide S.A.

Gerdes P., *Zum erwachenden geometrischen Denken*, UEM, Maputo [Latest edition in English: Ethnogeometry: Awakening of Geometrical Thought in Early Culture, ISTEG, Boane & Lulu, Morrisville NC, 2013]. 1985.

Feynman R., 2017, *Lectures on physics volume 1*. Estados Unidos: Pearson P T R, pp. 44-1-44-19.

Franco A., Curso Interactivo de Física en Internet. Disponible desde: <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica_/> [Acceso 6 de julio 2019].

Feynman R., 2017.*Lectures on physics volume I1*. Estados Unidos: Pearson P T R,

Grossman S y J. Flores. *Álgebra lineal*. ISBN:978-607-15-0760-0. Mc Graw Hill. Séptima edición. 2012.

Larson R.. y Otros. *Cálculo Y Geometría Analítica*. Volumen 1. Quinta Edición. Editorial Mc Graw Hill.

Leithold L.. *Cálculo Con Geometría Analítica*. Sexta Edición. Editorial Harla.

Lecciones sobre el método de volúmenes finitos. Disponible desde < https://www.youtube.com/watch?v=wTyYdid7fjk> [Acceso 11 de abril 2020].

Purcell E.., D. Arberg. *Cálculo Con Geometría Analítica*. Sexta Edición. Editorial Prentice Hall.

Romero J, S. Nieves, G. Mauricio. "Simulación y programación del sistema que rige el péndulo compuesto". *Revista Prospectiva*, 18 (1), 75-83, 2020.